



ABRIL
2020

ESCOLA SEM MUROS

MATEMÁTICA
2º ANO Ensino Médio

27/04/2020



Hoje vamos aprender um pouco mais sobre o cálculo de determinantes.



Determinantes de matrizes de ordem 1, 2 e 3

Habilidades que vamos desenvolver...

Calcular o determinante de uma matriz quadrada.



Você sabe o que é determinante?

Vamos relembrar os conceitos iniciais do cálculo de determinantes de uma matriz quadrada.

Assista a seguinte vídeo-aula, e faça suas anotações.



Determinantes de uma Matriz de ordem 1, 2 e 3 (Regra de Sarrus) - Professora Angela

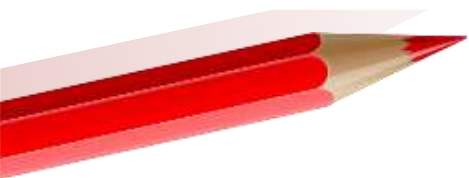
<https://www.youtube.com/watch?v=7aPCUiodlws>

E aí?

É muito importante **RETOMAR** o que aprendemos em sala durante esse tempo de atividades suspensas. Anotem suas dúvidas, **BUSQUEM** seus colegas de classe para **DISCUTIR QUESTÕES E ESCLARECER DÚVIDAS**. Seja protagonista de sua aprendizagem!



Bons Estudos!



Complemente os seus estudos consultando o livro didático e pesquisando na Internet!





ABRIL
2020

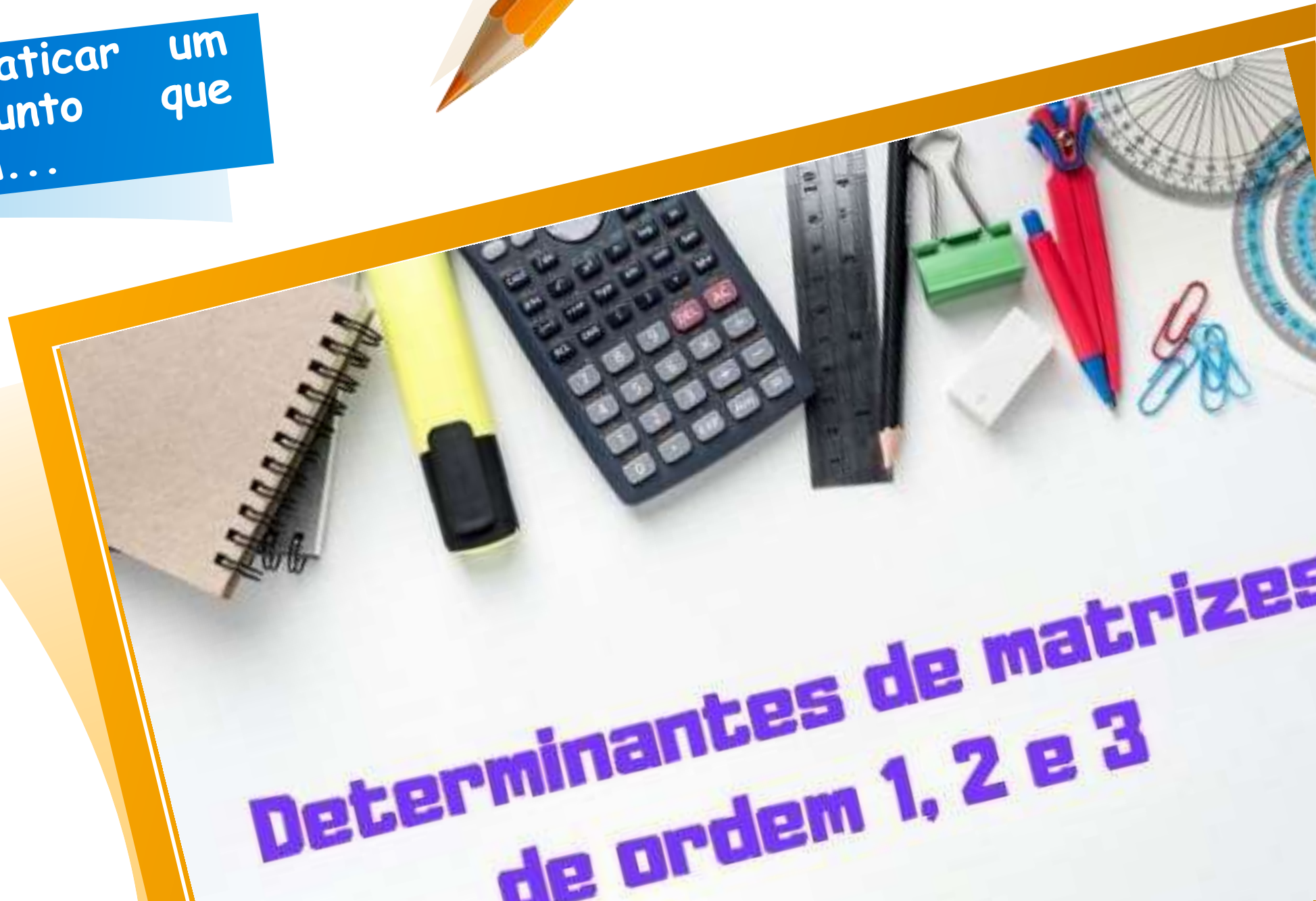
ESCOLA SEM MUROS

MATEMÁTICA
2º ANO Ensino Médio

28/04/2020



Hoje vamos praticar um pouco o assunto que estudamos ontem...



Determinantes de matrizes de ordem 1, 2 e 3

Exercícios

22. Satellite 1 makes a circular orbit around the Earth with a radius $r_1 = R$. Satellite 2 makes a circular orbit around the Earth with a radius $r_2 = 2R$. We let v represent the speed of a satellite and a represent the magnitude of a satellite's acceleration. Which one of the following choices gives the correct relation between the speeds and accelerations of the satellites?

(A) $v_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}v_1$; $a_2 = \frac{1}{2}a_1$
(B) $v_2 = \frac{1}{2}v_1$; $a_2 = \frac{1}{4}a_1$
(C) $v_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}v_1$; $a_2 = \frac{1}{4}a_1$
(D) $v_2 = \frac{1}{2}v_1$; $a_2 = \frac{1}{2}a_1$
(E) $v_2 = v_1$; $a_2 = \frac{1}{4}a_1$



23. A car moves with constant speed around a horseshoe-shaped path as shown with the arrows in the figure. Which one of the following choices best describes the direction of the average acceleration of the car in traveling from W to X?

(A) \swarrow (B) \nwarrow (C) \nearrow (D) \searrow (E) There is no average acceleration.



24. A mass on a frictionless incline has a gravitational force F_g acting down the incline. The mass remains at rest and the incline makes an angle θ with the horizontal. Which one of the following choices best describes the direction of the net force on the mass?

(A) The applied force is parallel to the incline and upward.
(B) The applied force is perpendicular to the incline.
(C) The applied force is parallel to the incline and downward.
(D) This is a completely impossible situation.
(E) The mass undergoes a change in velocity.



PREPARADOS!?

1) Dada as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & x \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & x \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$, determine o valor de x para que se tenha $\det A = \det B$.

2) Determinar x para que seja verdadeira a igualdade $\begin{vmatrix} 2 & -1 & -x \\ 3 & 2 & 1 \\ x & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0$.



CONTINUE!

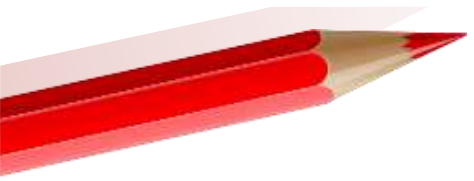
3) Determine o valor da expressão $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 8 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$.

4) Mostre que a propriedade $\det A = \det A^t$ é válida para a matriz quadrada $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$.

5) Seja $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$ em que $a_{ij} = 4i - 3j$. Calcule $\det A$.



Depois de estudar, agora é hora de descansar!



Valeu! Até a próxima!



ABRIL
2020

ESCOLA SEM MUROS

MATEMÁTICA – 2º ANO
Ensino Médio



29/04/2020

Hoje vamos relembrar as propriedades dos determinantes...

Propriedades
dos
Determinantes

Habilidade que
tentaremos desenvolver...



Conhecer e aplicar as propriedades dos determinantes.



Apresentamos um resumo das propriedades para lembrar:



1ª Propriedade: O determinante de uma matriz quadrada é igual ao determinante de sua matriz transposta.

$$S = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$$



$$S^T = \begin{bmatrix} -4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

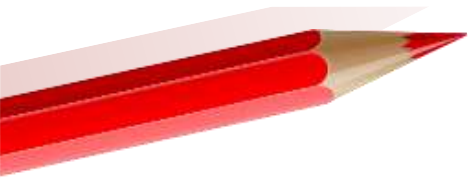
$$\text{DET}(S) = [(-4)(2)] - [(1)(7)]$$



$$\text{DET}(S) = -8 - 7 = -15$$



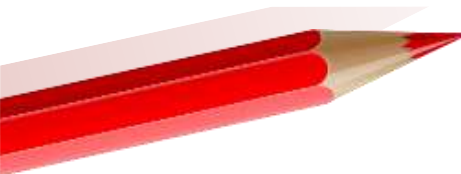
$$\text{DET}(S^T) = [(-4)(2)] - [(7)(1)]$$

$$\text{DET}(S^T) = -8 - 7 = -15$$





2ª Propriedade: Caso haja, numa matriz quadrada, uma coluna ou uma linha de zeros, o determinante será zero.


$$R = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$


$$\text{DET}(R) = (0)(2) - (1)(0)$$

$$\text{DET}(R) = 0 - 0 = 0$$

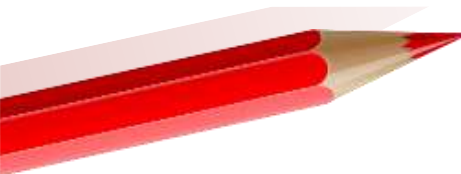
$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & -10 \end{bmatrix}$$

$$\text{DET}(T) = (0)(-10) - (3)(0)$$

$$\text{DET}(T) = 0 - 0 = 0$$



3ª Propriedade: Se trocarmos a posição de duas linhas (ou colunas) de uma matriz quadrada de ordem 2 ou maior, o determinante da nova matriz será o oposto da matriz original.


$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{DET}(A) = [(2)(3)] - [(1)(-4)]$$



$$\text{DET}(A) = 6 + 4 = 10$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

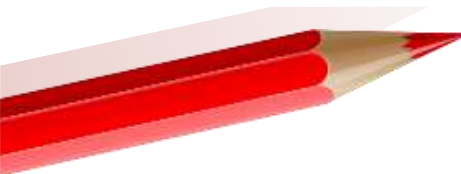
$$\text{DET}(B) = [(1)(-4)] - [(2)(3)]$$

$$\text{DET}(B) = -4 - 6 = -10$$

OPOSTOS



4ª Propriedade: Se duas linhas (ou colunas) de uma matriz quadrada de ordem 2 ou maior forem iguais, o determinante é zero.


$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{DET}(A) = (1)(2) - (1)(2)$$



$$\text{DET}(A) = 2 - 2 = 0$$

OU

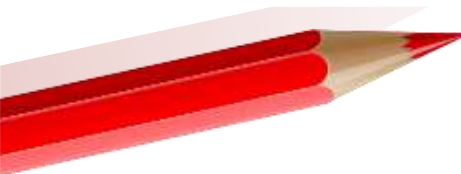
$$B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{DET}(B) = (3)(4) - (4)(3)$$



$$\text{DET}(B) = 12 - 12 = 0$$



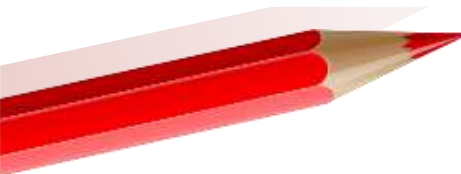
5ª Propriedade: Se multiplicarmos todos os elementos de uma linha (ou coluna) de uma matriz quadrada por um número real, seu determinante também ficará multiplicado por esse número.


$$A = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{1^{\text{a}} \text{ LINHA} \times 2} B = \begin{bmatrix} 4 & 16 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\text{DET}(A) = (2)(1) - (3)(8) = -22 \quad \text{DET}(B) = (4)(1) - (3)(16) = -44$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\text{DET}(B) \text{ É } 2 \times \text{DET}(A)}$





6ª Propriedade: Se os elementos correspondentes de duas linhas ou de duas colunas de uma matriz de ordem 2 ou maior forem proporcionais, o determinante é zero.

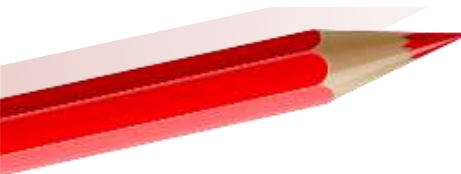

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

A red arrow points from the element 3 to the element 6, with the label "x2" written below it, indicating that the second row is a scalar multiple of the first row.

$$\text{DET}(A) = (1)(6) - (2)(3) = 0$$




7ª Propriedade: No caso de uma matriz triangular, o determinante dessa matriz será igual ao produto dos elementos de sua diagonal principal.


$$A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

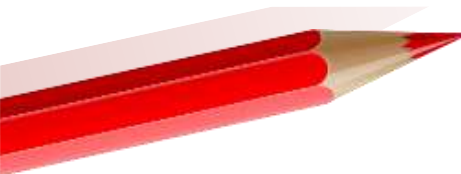
$$\text{DET}(A) = (6)(4) - (0)(1) = 24$$

DIAGONAL PRINCIPAL $\rightarrow 6 \times 4 = 24$



8ª Propriedade: Multiplicando todos os elementos de uma linha (ou coluna) de uma matriz de ordem 2 (ou maior) por um número e adicionando o resultado obtido aos elementos correspondentes de outra linha ou coluna, obteremos uma segunda matriz, tal que os determinantes das duas matrizes serão iguais.



$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{DET}(A) = (1)(7) - (-3)(5) = 22$$



MULTIPLICANDO A 1ª COLUNA POR 2, SOMANDO O RESULTADO À 2ª COLUNA E SUBSTITUINDO ESSE RESULTADO NA PRÓPRIA 2ª COLUNA, TEREMOS A MATRIZ B:

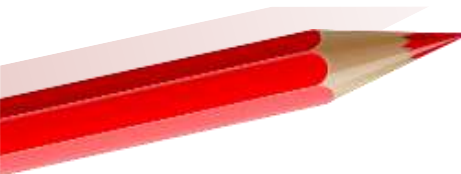
$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \times 2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 17 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 17 \end{bmatrix}$$

$$\text{DET}(B) = (1)(17) - (-1)(5) = 22 \quad \text{DET}(A) = \text{DET}(B)$$



9ª Propriedade: Se duas matrizes quadradas têm a mesma ordem, o determinante do produto dessas matrizes é igual ao produto dos determinantes de cada uma delas. Essa propriedade é chamada de Teorema de Binet.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad A \cdot B = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{DET}(A \cdot B) = -4 + 6 = 2$$


$$\begin{aligned} \text{DET}(A) &= 6 - 5 = 1 \\ \text{DET}(B) &= 0 + 2 = 2 \\ \text{DET}(A) \cdot \text{DET}(B) &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{DET}(A \cdot B) &= \text{DET}(A) \cdot \text{DET}(B) \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

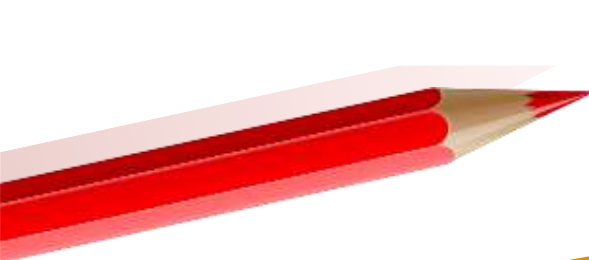


Na aula de hoje...

revisamos as propriedades dos determinantes.

Faça uma ficha resumo dessas propriedades e utilize outra matriz quadrada para testar sua validade!





**Por hoje é só!
Amanhã tem mais!**

Bons Estudos!

EPP – Matemática





ABRIL
2020

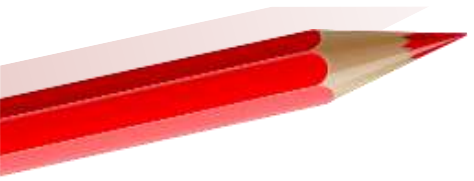
ESCOLA SEM MUROS

MATEMÁTICA
2º ANO Ensino Médio

30/04/2020



Hoje tem exercícios sobre propriedades dos determinantes!
Bora!



A collection of hand-drawn mathematical diagrams and equations on a whiteboard. The diagrams include a 3D pyramid with vertices labeled A, B, C, and D, a lightbulb, a gear, a cube, and a globe. The equations are:

$$A^x$$
$$\frac{65}{12}q = (1A + \frac{4}{8}) + (10 -$$
$$\frac{3}{4} = P(48 + 13C)(35 -$$
$$= \frac{3}{4}(\frac{P}{65} - \frac{C}{13})(88$$


Preparados?



1) (VUNESP) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ o determinante da matriz $A \cdot B$ é

- a) -1.
- b) 6.
- c) 10.
- d) 12.
- e) 14.

2) Para que o determinante da matriz $C = \begin{bmatrix} 1 + a & -1 \\ 3 & 1 - a \end{bmatrix}$ seja nulo, o valor de a deve ser:

- a) 2 ou -2.
- b) 1 ou 3.
- c) -3 ou 5.
- d) -5 ou 3.
- e) 4 ou -4.

3)(MACKENZIE-SP) Se $A=(a_{ij})$ é uma matriz quadrada de terceira ordem, tal que

$$a_{ij} = \begin{cases} a_{ij} = -3, & \text{se } i = j; \\ 0 & , \text{se } i \neq j. \end{cases}, \text{ então o determinante de A vale:}$$

a) -27

b) 27

c) $\frac{1}{27}$

d) $-\frac{1}{27}$

e) 0

4) (UFRGS) Se A é uma matriz 2x2 e $\det A = 5$, então o valor de $\det 2A$ é:

a) 5 b) 10 c) 20 d) 25 e) 40

5) Calcule a equação $\begin{vmatrix} x & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3x - 5$

a) 1. b) -1. c) $-\frac{1}{5}$. d) 0. e) $\frac{7}{8}$.

Valeu pela dedicação de hoje!
Descanso merecido!
Até a próxima.



VFA!
 tá feito



Bibliografia



DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto & Aplicações**. Volume 2. 2ª ed. – São Paulo: Ática FTD, 2018.

Conexões com matemática/ organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editor responsável Fabio Martins de Leonardo. 3º ed. São Paulo: Moderna 2016.

SOUZA, Joamir Roberto. **#Contato matemática 2º ano**. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2016.

ME SALVA. **Propriedades dos determinantes**. <https://resumos.mesalva.com/propriedades-determinantes/> Acessado em 24 de abril de 2020.

