TAUBATÉ
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

#EscolaSemMuros

em casa também se aprende

TAUBATÉ

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

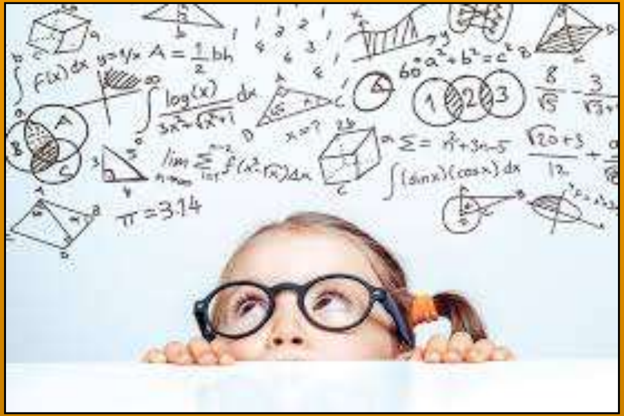
MATEMÁTICA

2º ANO
Ensino Médio

Olá querido aluno!
Durante essa semana, vamos desenvolver a seguinte habilidade:

Compreender o significado das matrizes e das operações entre elas na representação de tabelas e de transformações geométricas no plano.

Este material, será o apoio para executar os exercícios propostos sobre matrizes. Leia com atenção aos enunciados dos exercícios, e as resoluções dos exemplos, para que você possa executá-los com êxito.



Bons estudos para você!

Matriz

As matrizes correspondem a tabelas de números reais. Seu estudo representa um dos mais importantes ramos da Matemática na atualidade, pois muitas operações executadas pelos modernos computadores têm como base o uso de matrizes. Mas, além da informática, as matrizes também se constituem num importante instrumento de cálculo para a economia, a física, a química, as engenharias, etc.

Definição de Matriz

- Matriz é uma tabela de números;
- Formada por linhas e colunas, onde as linhas são representadas pela letra ***m*** e as colunas reprentadas pela letra ***n***;
- As linhas resultam da disposição horizontal, enquanto as colunas resultam da disposição vertical;
- Então, matriz é uma tabela de números formada por ***m*** linhas e ***n*** colunas. Dizemos que essa matriz tem ordem ***m x n*** (lê-se: m por n), sendo ***m*** e ***n***, maior ou igual a **1**;
- A esse conjunto ordenado de números damos o nome de **Matriz**.

Elementos e Construção de uma Matriz

Utilizamos uma letra maiúscula para designar uma matriz e a representamos colocando os seus elementos entre parênteses ou colchetes.

EXEMPLO:

$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ é uma matriz 2 x 3;

$B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ é uma matriz 2 x2;

Para representar uma matriz genérica A, de **m** linhas e **n** colunas, todos elementos devem ser designados por letra minúscula acompanhada por dois números, onde, o primeiro que indica a posição da linha em que se encontra o elemento, e o segundo que estará indicando a coluna.

Matriz Genérica

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

COLUNAS

LINHAS

ATENÇÃO!

Essa matriz, é uma matriz A de ordem 3 x3 , pois existem 3 linhas e 3 colunas.
Observe que na matriz genérica, os elementos são representados com letra minúscula, onde o primeiro número é a posição da linha em que se encontra e o segundo número a coluna em que o elemento numérico se encontra também.

EXEMPLO:
O elemento a_{32} está indicado desta maneira pois, está na 3ª linha e na 2ª coluna.

Tipos de Matrizes

Matriz Transposta: Indicada pela letra **t**, os elementos iguais as duas são invertidos, ou seja, a linha de uma apresenta os mesmos elementos que a coluna da outra.

EXEMPLO: Qual a matriz transposta de A?

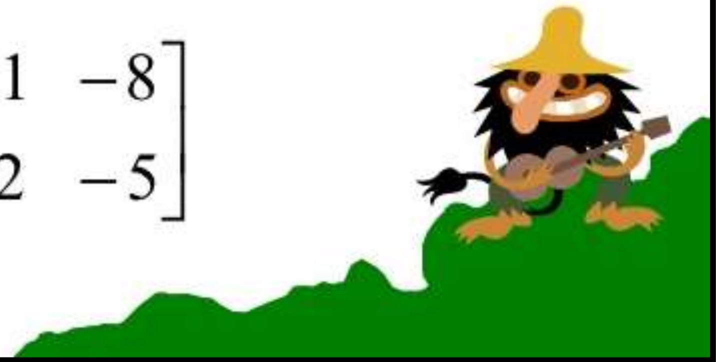
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

<u>Observe que o que era coluna na matriz A, na transposta se torna linha.</u>

Matriz Oposta: Os elementos entre duas matrizes apresentam sinais diferentes, ou seja, invertemos os sinais na matriz oposta.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 \\ -2 & 3 & 7 \end{bmatrix} \quad -A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 2 & -3 & -7 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \quad -B = \begin{bmatrix} 1 & -8 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$



<u>Observe que na matriz A e B, quando se transformam em oposta, os sinais são invertidos.</u>

Matriz Identidade: Ocorre quando os elementos da diagonal principal são todos iguais a **1** e os outros são iguais a **0** (zero).

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

<u>DIAGONAL PRINCIPAL</u>

Igualdade de Matrizes: Os elementos das linhas e das colunas são correspondentes, ou seja, iguais.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Observe que nesta matriz de ordem 3 x 2, ambas tem os mesmo elementos, nas mesmas posições, nos fornecendo a igualdade das matrizes.

Adição e Subtração de Matrizes

A adição ou a subtração de duas matrizes de mesma ordem, é efetuada pela soma ou subtração de seus elementos correspondentes.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$

Observe que as matrizes A e B, são de ordem 2 x 2, e a matriz resultante é a soma dos elementos correspondentes.

Multiplicação de Matrizes

A multiplicação de matrizes é feita de maneira um pouco mais elaborada. A matriz produto de A por B, indicada por AB, será obtida a partir da multiplicação dos elementos das linhas de A pelas colunas de B, ordenadamente, e somando-se os resultados.

$$A.B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A.B = \begin{bmatrix} 2.3 + 3.2 & 2.1 + 3.4 \\ 1.3 + 0.2 & 1.1 + 0.4 \\ 4.3 + 5.2 & 4.1 + 5.4 \end{bmatrix}$$

$$A.B = \begin{bmatrix} 12 & 14 \\ 3 & 1 \\ 22 & 24 \end{bmatrix}$$

$$A_{3x2} . B_{2x2} = AB_{3x2}$$

ATENÇÃO!

- ✓ Só é possível calcular o produto entre matrizes se o <u>número de colunas</u> da matriz A for <u>igual</u> ao <u>número de linhas</u> da matriz B.
- ✓ A matriz produto AB sempre terá o mesmo número de linhas da matriz A e o mesmo número de colunas da matriz B.

AGORA VAMOS

ENTENDER

ALGUNS

EXEMPLOS?

Muitas vezes, para designar com clareza certas situações, é necessário um grupo ordenado de números que se apresentem dispostos em linhas e colunas, formando o que se chama matriz.

Observe por exemplo a seguinte situação:

EXEMPLO 1) As vendas de uma editora em relação aos livros de Matemática, Física e Química, no primeiro trimestre de um ano, podem ser expressas pela tabela a seguir.

	Janeiro	Fevereiro	Março
Matemática	20000	32000	45000
Física	15000	18000	25000
Química	16000	17000	23000

Se quisermos saber:

- Quantos livros de Matemática foram vendidos em Fevereiro, basta olharmos o número que está na primeira linha e na segunda coluna;
- Quantos livros de Física foram vendidos em Janeiro, basta olharmos o número que está na segunda linha e na primeira coluna;

- Quantos livros de Química foram vendidos nos 3 meses, basta somarmos os números da terceira linha.

E assim por diante.

Uma tabela desse tipo, em que os números estão dispostos em 3 linhas e 3 colunas, denomina-se matriz 3 × 3 (lê-se três por três) e podemos representá-la por:

$$\begin{bmatrix} 20000 & 32000 & 45000 \\ 15000 & 18000 & 25000 \\ 16000 & 17000 & 23000 \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{pmatrix} 20000 & 32000 & 45000 \\ 15000 & 18000 & 25000 \\ 16000 & 17000 & 23000 \end{pmatrix}$$

EXEMPLO 2) Observe a matriz a seguir:

$$\begin{bmatrix} 10 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 7 & 9 \\ 17 & 6 & 12 & 2 \\ 4 & 11 & 8 & 25 \end{bmatrix}$$

a) De que tipo ou ordem é a matriz dada? **R:** 4 x 4 ou 4 por 4.

b) Quais são os números da 1ª linha? **R:** 10, 0, 1 e 5.

c) E os da 3ª coluna? **R:** 1, 7, 12 e 8.

d) Qual é o número que está na 2ª linha e na 2ª coluna? **R:** 3.

e) E na 1ª linha e na 4ª coluna? **R:** 5.

f) E na 4ª linha e na 2ª coluna? **R:** 11.

g) Qual o resultado da soma dos números da 2ª coluna? **R:** 20.

EXEMPLO 3) O elemento genérico de uma matriz A será indicado por a_{ij} em que i representa a linha e j a coluna na qual o elemento se encontra. Uma matriz A, do tipo m × n será escrita, genericamente, assim:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

ou, simplesmente, por $A = (a_{ij})_{mxn}$. Lê-se: matriz A, dos elementos a_{ij}, do tipo m × n. Escreva a matriz $A = (a_{ij})_{2X2}$ tal que $a_{ij} = i + j$.

Resolução: A matriz é do tipo 2 x 2 então, genericamente

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Resta descobrir quem são esses termos a_{11}, a_{12}, a_{21} e a_{22} usando a sentença $a_{ij} = i + j$.

Então, usando os cálculos auxiliares:

$a_{11} = 1 + 1 = 2$.

$a_{12} = 1 + 2 = 3$.

$a_{21} = 2 + 1 = 3$.

$a_{22} = 2 + 2 = 4$.

Logo a matriz $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ é igual a $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Por hoje é só!

Conseguiu **ENTENDER**
os exercícios propostos?
Agora faça uma **FICHA RESUMO**
sobre os conceitos estudados hoje,
ANOTE suas dúvidas, **INTERAJA** com seus
colegas pelas mídias sociais.
Seja **PROTAGONISTA** de sua
aprendizagem!

BONS ESTUDOS!