TAUBATÉ
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

#EscolaSemMuros

em casa também se aprende

TAUBATÉ

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA

2º ANO
Ensino Médio

Olá querido aluno!
Vamos tentar, a partir dos nossos estudos, desenvolver a seguinte habilidade:

Compreender o significado das matrizes e das operações entre elas na representação de tabelas e de transformações geométricas no plano.

Este material, será o apoio para executar os exercícios propostos sobre matrizes. Leia com atenção os enunciados dos exercícios, e as resoluções dos exemplos, para que você possa executá-los com êxito.

Bons estudos para você!

Relembrando algumas definições de Matriz

- Matriz é uma tabela de números;
- Formada por linhas e colunas, onde as linhas são representadas pela letra ***m*** e as colunas reprentadas pela letra ***n***;
- As linhas resultam da disposição horizontal, enquanto as colunas resultam da disposição vertical;
- Então, matriz é uma tabela de números formada por ***m*** linhas e ***n*** colunas. Dizemos que essa matriz tem ordem ***m x n*** (lê-se: m por n), sendo ***m*** e ***n***, maior ou igual a **1**;
- A esse conjunto ordenado de números damos o nome de **Matriz**.

Elementos e Construção de uma Matriz

Utilizamos uma letra maiúscula para designar uma matriz e a representamos colocando os seus elementos entre parênteses ou colchetes.

EXEMPLO:

$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ é uma matriz 2 x 3;

$B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ é uma matriz 2 x2;

Para representar uma matriz genérica A, de **m** linhas e **n** colunas, todos elementos devem ser designados por letra minúscula acompanhada por dois números, onde, o primeiro que indica a posição da linha em que se encontra o elemento, e o segundo que estará indicando a coluna.

Matriz Genérica

ATENÇÃO!

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

COLUNAS

LINHAS

Essa matriz, é uma matriz A de ordem 3 x3 , pois existem 3 linhas e 3 colunas.
Observe que na matriz genérica, os elementos são representados com letra minúscula, onde o primeiro número é a posição da linha em que se encontra e o segundo número a coluna em que o elemento numérico se encontra também.

EXEMPLO:
O elemento $\boldsymbol{a_{32}}$ está indicado desta maneira pois, está na 3ª linha e na 2ª coluna.

Operações com matrizes

Vamos aprender a operar com matrizes, como fazer soma, subtração, multiplicação e matriz inversa.

Adição de matrizes

A adição de matrizes é definida apenas para matrizes de mesma ordem, Assim, se $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e $B = (b_{ij})_{m \times n}$, diz-se que a soma de A + B é dada pela matriz $C = (c_{ij})_{m \times n}$, sendo $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ para todo *i* compreendido no intervalo $1 \leq i \leq m$ e para todo *j* compreendido no intervalo $1 \leq j \leq n$.

Exemplo:

Sejam as matrizes A e B, para calcular a matriz C = A + B, basta somar seus elementos correspondentes:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

Para calcular a matriz C = A + B, basta somar seus elementos correspondentes:

$$C = A + B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5-2 & 2+5 \\ 0+3 & -1+2 \\ 3+1 & 4+7 \end{bmatrix}, \text{ então } C = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 3 & 1 \\ 4 & 11 \end{bmatrix}$$

MATRIZ OPOSTA

A matriz que ao ser somada a uma matriz A de ordem *m* X *n* resulta em uma matriz nula de mesma ordem é chamada matriz oposta (indicada por -A).

$$\text{Se } A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}, \text{ então } -A = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

Comprova-se isso calculando:

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Subtração de matrizes

A subtração entre duas matrizes A e B, ambas de mesma ordem, é obtida a partir da soma da matriz A com a oposta de B, ou seja,

$A - B = A + (-B)$.

Exemplo:

Sejam as matrizes A e B:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

Para obter a matriz C = A – B, realiza-se os seguintes cálculos:

C = A – B = A + (-B) =

$$= \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -4 & 2 \\ 1 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 4 & -2 \\ -1 & -10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5+2 & 2-6 \\ 0+4 & -1-2 \\ 3-1 & 4-10 \end{pmatrix}$$

Então:

$$C = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 4 & -3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}.$$

Exercícios

1. A partir da matriz $A = (a_{ij})_{2x2}$ cujo $a_{ij} = 3i + 2j$ e $B = (b_{ij})_{2x2}$, dado por $b_{ij} = i + j$.

a) Determine as matrizes A e B.

b) Determine o valor de A + B.

2. Calcule $A + B$, sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.

3. Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -6 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix};$$

Determine:

a) A + B
b) B – C
c) A + C
d) A – C
e) B + C

BONS ESTUDOS!

MATERIAL ELABORADO PELOS PROFESSORES:

Clarissa Bittencourt

Marcela Teodoro

Paulo Henrique da Silva

Thelma Regina da Costa