TAUBATÉ

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

#EscolaSemMuros

em casa também se aprende

TAUBATÉ

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA

3º ANO
Ensino Médio

Olá queridos alunos!

Nesta semana, vamos praticar um pouco os assuntos que você estudou em sala antes da quarentena.

Para isso, por meio de atividades, tentaremos desenvolver as seguintes habilidades:

- ✓ Saber usar de modo sistemático sistemas de coordenadas cartesianas para representar pontos, figuras, relações, equações;
- ✓ Saber reconhecer a equação da reta e o significado de seus coeficientes.

GEOMETRIA ANALÍTICA

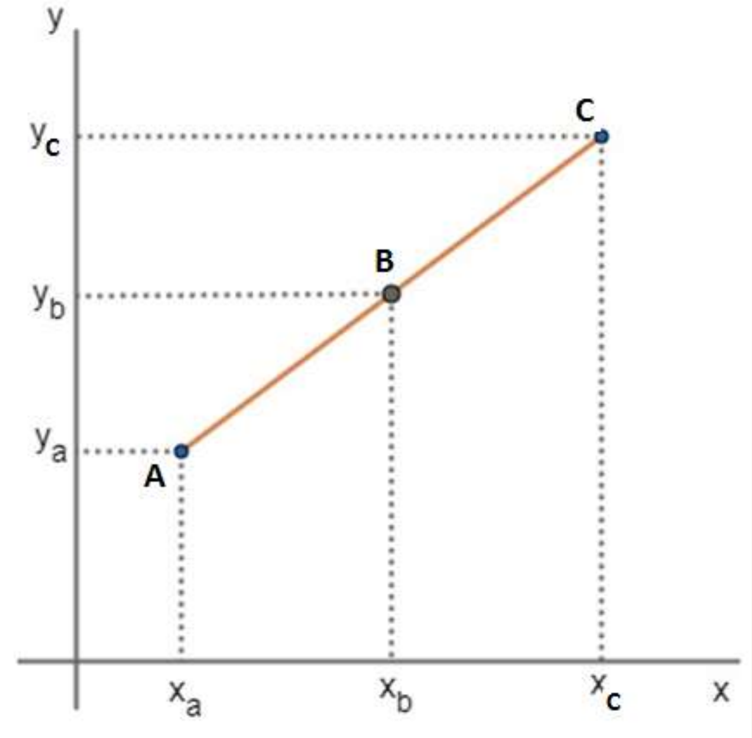
ALINHAMENTO DE TRÊS PONTOS

ÁREA DE TRIÂNGULO

CONDIÇÃO DE ALINHAMENTO DE TRÊS PONTOS

Dizemos que três pontos estão alinhados se pertencem à mesma reta, em outras palavras, que são colineares. A condição de alinhamento desses pontos no plano cartesiano é a seguinte:

Sejam os pontos $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ e $C(x_C, y_C)$. Para constatar se esses pontos são colineares, calculamos o determinante da matriz D de terceira ordem abaixo. Se o determinante for igual a zero, então os pontos estão alinhados.



$$\mathbf{D} = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Exemplo 1: Dados os pontos A (2, 5), B (3, 7) e C (5, 11), vamos verificar se estão ou não alinhados.

$$\begin{vmatrix}2&5&1\\3&7&1\\5&11&1\end{vmatrix}=0$$

$$\left|\begin{matrix}2&5&1\\3&7&1\\5&11&1\end{matrix}\right|\begin{matrix}2&5\\3&7\\5&11\end{matrix}\Bigg| = (14+25+33)-(35+22+15)=72-72=0$$

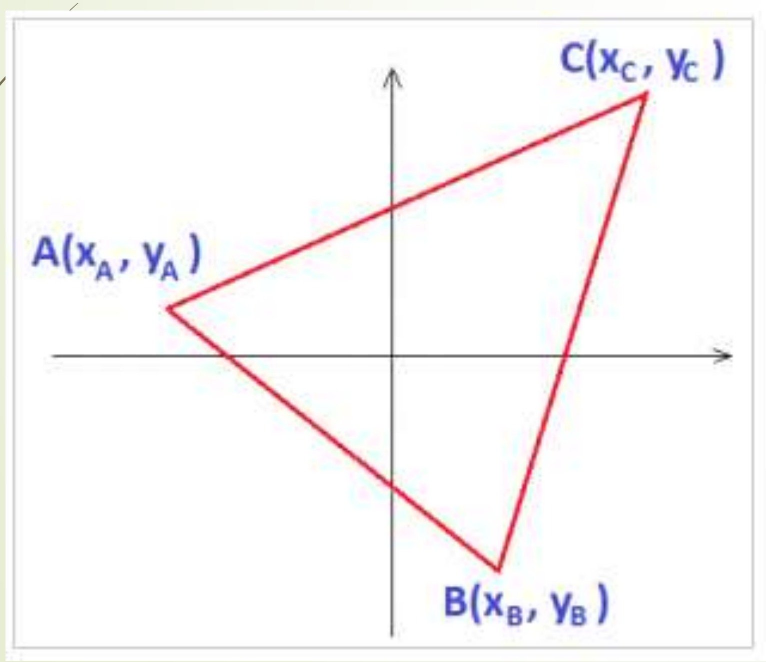
$35+22+15 \qquad 14+25+33$

Os pontos A , B e C estão alinhados.

Exemplo 2: De forma análoga, se considerarmos os pontos A (1, 3), B (2, 5) e C(2,4), verificaremos facilmente que eles não estão alinhados pois D = 7 ≠ 0.

ÁREA DE UM TRIÂNGULO

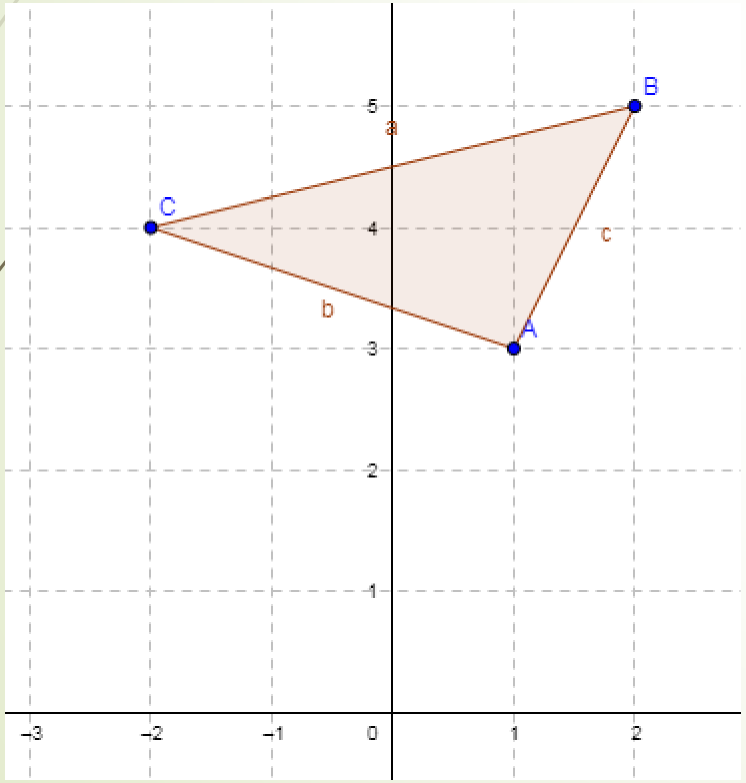
A área de um triângulo ABC, onde $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ e $C(x_c, y_c)$ será dada por:



$$\boxed{A = \frac{1}{2} \cdot |D|}$$

Onde, $D = \begin{vmatrix} x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \\ x_c & y_c & 1 \end{vmatrix}$

Exemplo 1: Determine a área do triângulo de vértices A (1, 3), B (2, 5) e C (-2,4).



$$D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ -2 & 4 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ -2 & 4 \end{matrix} = (5-6+8) - (6+4-10) = 7$$

Assim,

$$A = \frac{1}{2} \cdot |7| = \frac{7}{2}$$

ATIVIDADE 1:Verifique se os seguintes pontos estão alinhados:

a) A(0,4), B(4,0) e C(2-2).

b) A(1,5), B(-3,2) e C(-7,1).

c) A(-2,3) B(0,0) e C (6,-9).

d) A(-2,3) B(0,0) e C (-3,2).

ATIVIDADE 2: Calcule a área de cada triângulo cujos vértices estão indicados por:

a) A(-4,3); B (2,-1) e C (3,2).

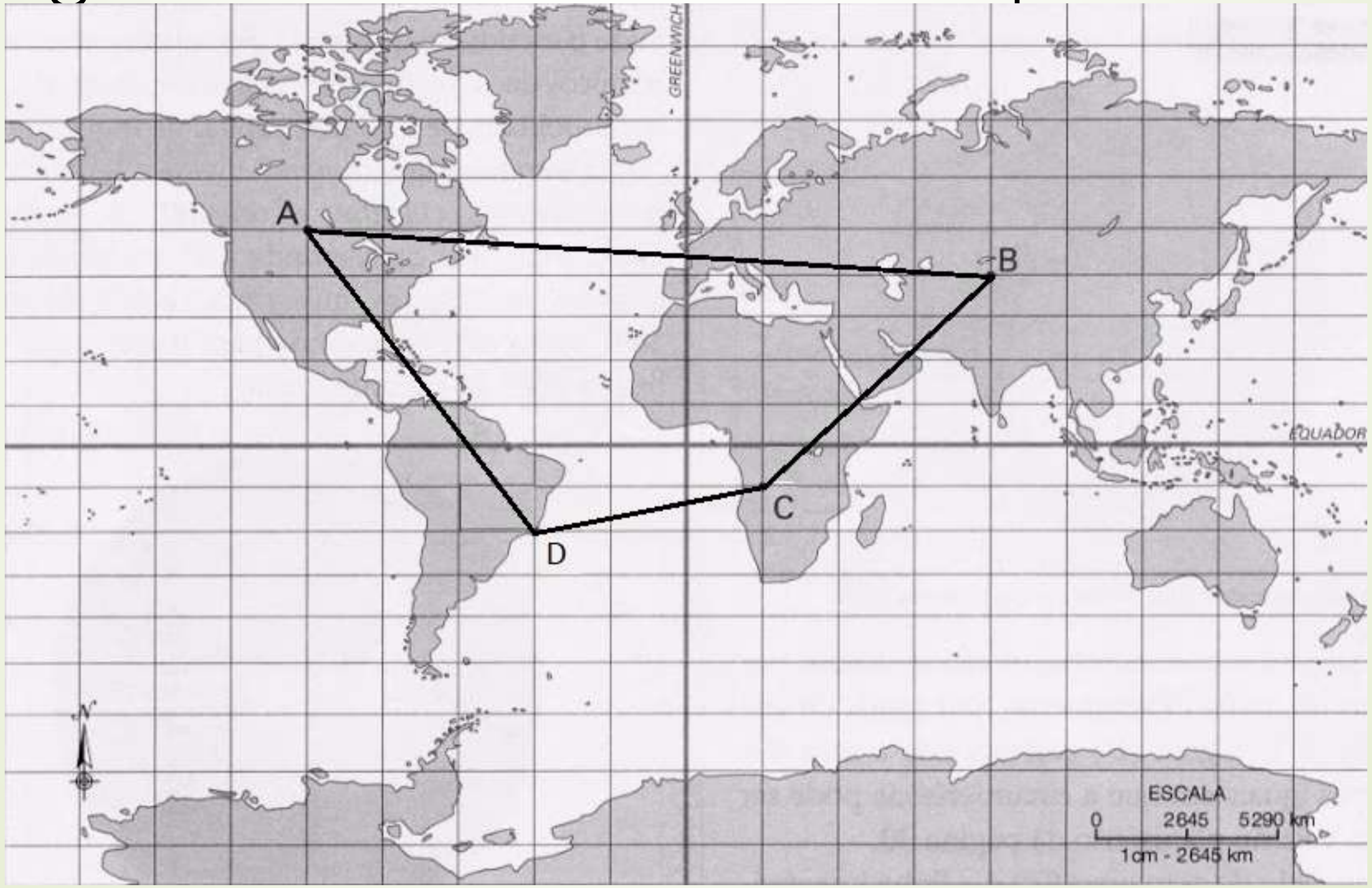
b) D(5,1); E (7,4) e F(-2,-6).

c) G (-3,0); H (-6,2) e I (-1,-4).

d) J (8,5); K (4,-7) e L (2,2).

VAMOS PRATICAR!?

No mapa mundi abaixo estão representada 4 cidades importantes do mundo. Determine a área representada pelo polígono ABCD formado no mapa abaixo.



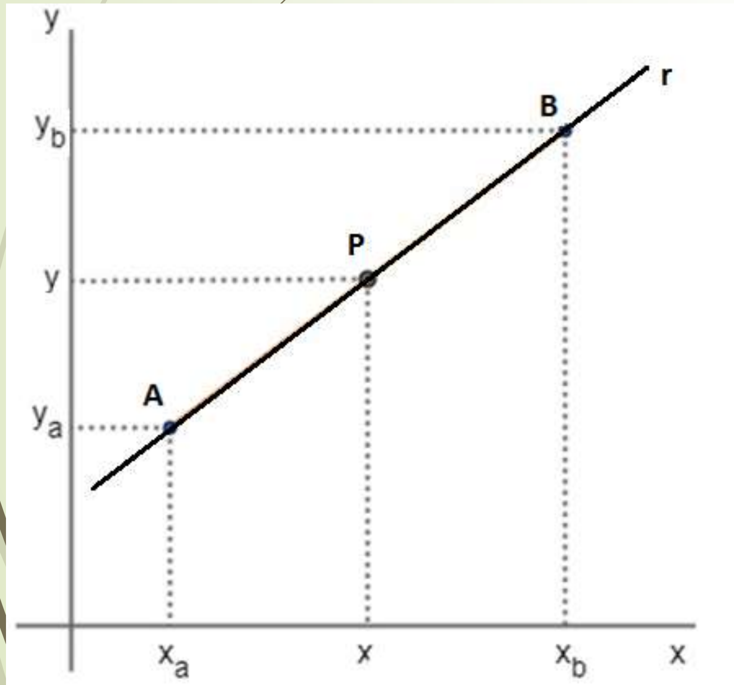
GEOMETRIA ANALÍTICA

EQUAÇÃO DA RETA

COEFICIENTE ANGULAR

EQUAÇÃO DA RETA

Dois pontos $A(x_a,y_a)$ e $B(x_b,y_b)$ definem uma reta. Desta forma, podemos encontrar a equação geral da reta fazendo o alinhamento de dois pontos com um ponto $P(x,y)$ genérico da reta.



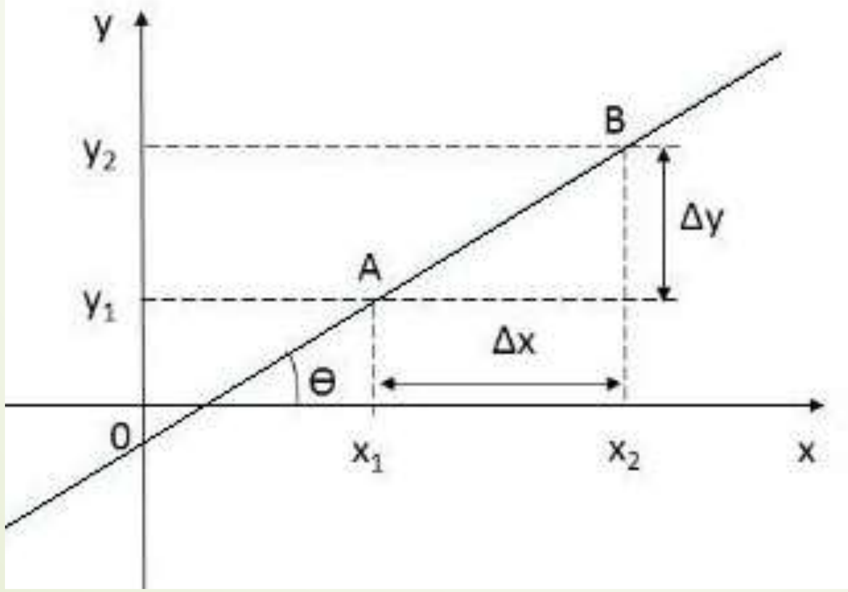
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$r : ax + by + c = 0$$

Onde **a**, **b** e **c** são constantes. Com **a ≠ 0** ou **b ≠ 0**. E **C** é chamado de termo independente.

COEFICIENTE ANGULAR DA RETA

Podemos encontrar uma equação da reta **r** conhecendo a sua inclinação (direção), ou seja, o valor do ângulo θ que a reta apresenta em relação ao eixo x. O coeficiente angular **m** também pode ser encontrado conhecendo-se dois pontos pertencentes a reta.



$m = \text{tg}\,\theta$

Como $m = \text{tg}\,\theta$, então:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

EQUAÇÃO REDUZIDA DA RETA

Podemos encontrar uma equação da reta **r** através do coeficiente angular da reta e de um ponto pertencente a ela $A(x_a; y_a)$, utilizando a forma geral dada por:

$$\mathbf{y - y_a = m\,(x - x_a)}$$

Exemplo 1: Vamos determinar a equação da reta que passa pelos pontos A(–1, 6) e coeficiente angular m = –3.

$$y - y_a = m\,(x - x_b) \rightarrow y - 6 = -3\,(x + 1) \rightarrow y - 6 = -3x - 3$$

$$y = -3x - 3 + 6 \quad \rightarrow \quad y = -3x + 3$$

Exemplo 2: Encontre uma equação geral da reta que passa pelos pontos A(-1, 8) e B(-5, -1).

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} x & y & 1 & x & y \\ -1 & 8 & 1 & -1 & 8 \\ -5 & -1 & 1 & -5 & -1 \end{array}\right| = 0$$

-40 - x - y **8x - 5y + 1**

$(8x - 5y + 1) - (-40 - y - x) = 0$

$(8+1)x + (1-5)y + 40 + 1 = 0$

r : 9x - 4y + 41 = 0

Exemplo 3: Determine o coeficiente angular da reta r, que passa pelos pontos A(1,4) e B(2,3).

$x_1 = 1$ e $y_1 = 4$

$x_2 = 2$ e $y_2 = 3$

$$m = \frac{3-4}{2-1} = \frac{-1}{1} = -1$$

ATIVIDADE 1 : Determine a equação da reta que passa pelos pontos A e B em cada caso:

a) A (8, 1) e B (2, 4).

b) A (2, - 1) e B (4,5).

c) A (1, - 4) e B (2,-8).

d) A(–1, 6) e B(2, –3).

ATIVIDADE 2 : Determine o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos A e B em cada caso:

a) A (8, 1) e B (2, 4).

b) A (2, - 1) e B (4,5).

c) A (1, - 4) e B (2,-8).

d) A(–1, 6) e B(2, –3).

ATIVIDADE 3: Determine a equação da reta que passa pelo ponto:

a) A (3, 4) e tem inclinação m = 2.

b) B (2, - 1) e tem inclinação m = -4.

c) A (-1, - 4) e tem inclinação $m = \frac{1}{3}$.

d) A(1, - 6) e tem inclinação $m = -\frac{2}{3}$.

ATIVIDADE 4: Sabemos que o coeficiente angular determina a inclinação da reta. Escreva o que podemos dizer sobre uma reta que possui coeficiente angular :

a) negativo ?

b) positivo ?

c) zero ?

d) Inexistente ?

VAMOS PRATICAR!?

André juntou uma certa quantia com seus amigos para comprar salgados e refrigerantes. Se comprar 3 salgados pode comprar 4 refrigerantes ou se comprar 6 salgados pode comprar 2 refrigerantes.

Qual a quantia que eles juntaram? Verifique o valor da taxa de variação entre salgado e refrigerante.

Dica: se admitir que tem dois pontos A(3 , 4) e B (6 , 2) a quantia pode ser obtida pelo módulo do termo independente da equação da reta. E a taxa de variação representa seu coeficiente angular.

Revisão da Semana

Para contemplar as habilidades indicadas no início da semana, estudamos os seguintes objetos do conhecimento:

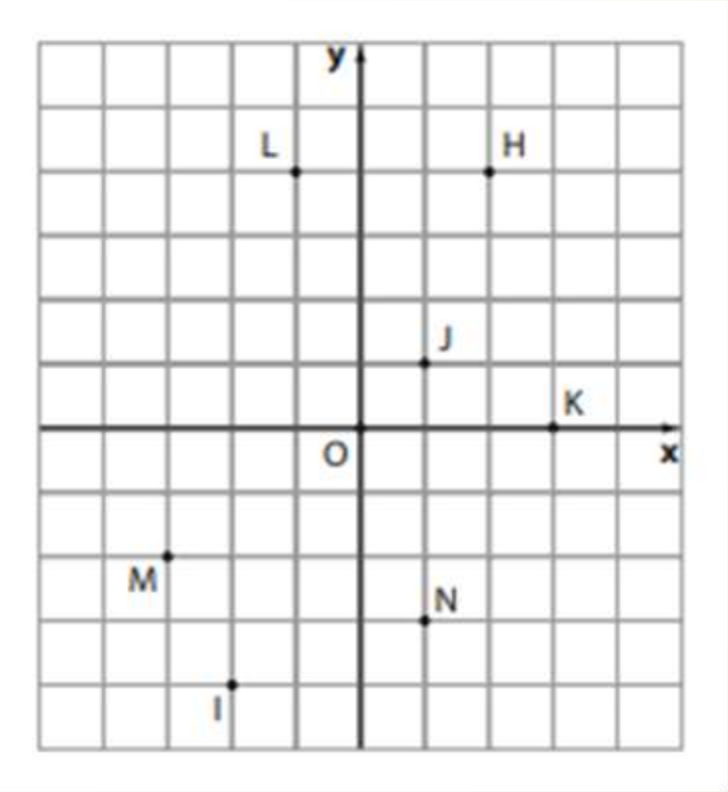
- Plano cartesiano.
- Distância entre dois pontos.
- Ponto médio.
- Baricentro.
- Alinhamento de três pontos.
- Área de triângulo.
- Equação da reta.
- Coeficiente angular.

Nossa proposta de hoje é revisar tudo o que aprendemos, resolvendo os exercícios propostos a seguir:

ATIVIDADES

1) Faça uma ficha resumo dos conceitos trabalhados nesta semana.

2) Forneça as coordenadas dos pontos dados, no plano cartesiano abaixo:



H(,)

I(,)

J(,)

K(,)

L(,)

M(,)

N(,)

3) Determine a distância entre os pontos dados:

a) A (5, 2) e B (1, 3).

b) C (-1, 4) e D (-2, -3).

c) E (-4, -3) e O (0, 0).

d) F (-5, 4) e G (2, -5).

e) H (-1, 5) e I (-1, 12).

f) J (-2, -1) e K (3, -4).

g) L (-4, 3) e M (-4, -7).

4) Determine as coordenadas do ponto médio do segmento cujas extremidades são os pontos:

a) A (1, 2) e B (2, 4).   b) C (3, 5) e D (2, 23).

c) E (23, 5) e F (3, 25).   d) G (4, 10) e H (10, 24).

5) Um triângulo possui vértices nos pontos (2, 21), (4, 23) e (22, 25). Determine as coordenadas de seu baricentro.

6) Verifique se estes pontos estão alinhados.
a) A (0, 4), B (4, 0) e C (2, 22).
b) D (1, 5), E (23, 2) e F (27, 1).

7) Calcular a área do triângulo de vértices A (1,2), B (3, 3) e C (0, 5).

8) Em cada caso, encontre uma equação geral da reta que passa pelos pontos:
a) A (0, 2) e B (2, 3). b) C (21, 2) e D (22, 5).

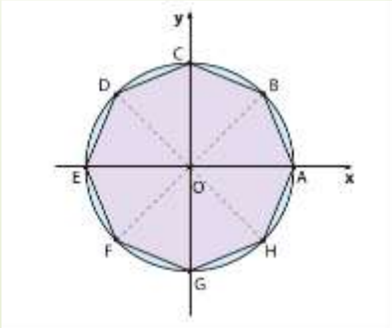
VAMOS PRATICAR!?

9) Represente graficamente as retas de equação:

a) $x - y + 1 = 0$.
b) $- 3x - y + 2 = 0$.

10) Em cada caso, determine o coeficiente angular de **r**:
a) **r**: $x - 2y + 6 = 0$.
b) **r**: $y = y = \frac{x}{3} + 5$.

11) Na figura, o octógono regular ABCDEFGH está inscrito em um círculo cujo raio mede 2. Determine:



a) o coeficiente angular da reta DH.

b) o coeficiente angular da reta AH.

BONS ESTUDOS!