TAUBATÉ
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

#EscolaSemMuros

em casa também se aprende

TAUBATÉ

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA

9º ANO

(HCEF09MA03T) Reconhecer e aplicar as propriedades da radiciação para realizar operações envolvendo radicais.

BREVE INTRODUÇÃO

Nesse primeiro momento, revisaremos apenas as propriedades da radiciação e como aplicá-las

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

Com **a** real não negativo.

Exemplos

a. $\sqrt[2]{3^2} = 3$

b. $\sqrt[3]{11^3} = 11$

c. $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{1}{2}$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Com **a** e **b** reais não negativos.

Essa propriedade mostra que **a raiz de um produto é o produto das raízes.**

Exemplos

a. $\sqrt[5]{6 \cdot 7} = \sqrt[5]{6} \cdot \sqrt[5]{7}$

b. $\sqrt{5 \cdot 20} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$

c. $\sqrt[3]{\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$

3ª propriedade

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Com **a** real não negativo, **b** real positivo.

Essa propriedade mostra que **a raiz de um quociente é o quociente das raízes.**

Exemplos

a. $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}$

b. $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{8}}$

c. $\sqrt[4]{\frac{16}{625}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{625}}$

4ª propriedade

$$\sqrt[n]{a^b} = a^{\frac{b}{n}}$$

a real positivo
n natural positivo
b natural positivo

Essa propriedade apresenta algo novo: expoente fracionário! Perceba que o índice (n) indica o denominador do expoente enquanto o expoente do radicando (b) indica o numerador do expoente fracionário.

Exemplos

a. $\sqrt[2]{3^5} = 3^{\frac{5}{2}}$

b. $\sqrt[3]{19^4} = 19^{\frac{4}{3}}$

ATIVIDADES

1. Em quais dos casos abaixo a resposta esta devidamente correta?

I. $\sqrt[4]{4 \cdot 6} = \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{6}$

II. $\sqrt[9]{13 \cdot 7} = \sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[9]{13}$

III. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{14}$

IV. $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{11} = \sqrt[3]{4 \cdot 11}$

(A) Apenas as alternativas I, III e IV estão corretas.

(B) Apenas as alternativas I e II estão corretas.

(C) Todas as alternativas estão corretas.

(D) Nenhuma das alternativas está correta.

2. Nas simplificações a seguir podemos afirmar que:

I. $\sqrt[3]{2^9} = \sqrt{2^6}$

II. $\sqrt[5]{6^{15}} = 6^3$

III. $\sqrt[7]{10^{14}} = 10^2 = 100$

IV. $\sqrt[7]{13^2} = 13^1$

(A) Somente as alternativas I e II estão corretas.
(B) Apenas a alternativa I esta errada.
(C) Todas as alternativas estão corretas.
(D) Nenhuma das opções.

3. Considerando as propriedades da radiciação, calcule e verifique os respectivos resultados:

a) $\sqrt{41} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{41 \cdot 7}$

b) $\sqrt[5]{12} : \sqrt[5]{10} = \frac{\sqrt[5]{12}}{\sqrt[5]{10}}$

c) $\sqrt[4]{16^8} : \sqrt[4]{8^4} = 32$

d) $\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{125} = 3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$

4. Qual das alternativas abaixo esta representada de forma **<u>INCORRETA</u>:**

(A) $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2}$

(B) $12^{\frac{3}{4}} = \sqrt[3]{12^4}$

(C) $10^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{10}$

(D) $5^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{5^3}$

5. Considere as propriedades dos radicais para representar cada expressão como quociente de radicais:

I. $\sqrt[5]{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt[5]{7}}{\sqrt[5]{8}}$

II. $\sqrt[4]{\frac{3}{10}} = \sqrt[4]{3} : \sqrt[4]{10}$

III. $\sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{2,5}$

IV. $\sqrt[9]{\frac{-1}{7}} = \frac{\sqrt[9]{-1}}{\sqrt[9]{7}}$

(A) As alternativas I, II e IV estão corretas.

(B) As alternativas I, II e IV estão corretas.

(C) As alternativas II, III e IV estão corretas.

(D) As alternativas II e IV estão corretas.

6. A professora de João disponibilizou como tarefa uma lista de exercícios que deveria ser feita em casa. Ele chegou aos seguintes resultados:

a) $\sqrt[5]{4^5} = \sqrt[5]{1024}$

b) $\sqrt[7]{(2 \cdot 5)^7} = 10$

c) $\sqrt[16]{3^4} = \sqrt[3]{3}$

d) $\sqrt[10]{2^8} = \sqrt[5]{2^4}$

Podemos concluir que João realmente aprendeu o conteúdo estudado? Justifique sua resposta.

7. Assinale com verdadeiro (V) ou falso (F) em cada uma das igualdades:

a) ( ) $\sqrt[14]{2^8} = \sqrt[x]{2^4}$, portanto x = 7.

b) ( ) $\sqrt[15]{10^5} = \sqrt[3]{10^x}$, portanto x = 0.

c) ( ) $\sqrt[10]{6^x} = \sqrt[5]{6}$, portanto x = 5.

d) ( ) $\sqrt[8]{5^4} = \sqrt{5^x}$, portanto x = 1.

8. Qual das expressões tem sua decomposição **INCORRETA**?

a) $\sqrt{10} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}$

b) $\sqrt[6]{21} = \sqrt[6]{7} \cdot \sqrt[6]{7}$

c) $\sqrt[10]{15}\ \sqrt[10]{3} \cdot \sqrt[10]{5}$

d) $\sqrt[7]{30} = \sqrt[7]{2} \cdot \sqrt[7]{3} \cdot \sqrt[7]{5}$

9. Assinale a alternativa que corresponde ao valor x, dado na expressão:

$$\sqrt[6]{\sqrt[x]{10}} = \sqrt[24]{10}$$

(A) 4

(B) 18

(C) 30

(D) 5

10. Calcule e verifique se as respostas estão corretas:

a) $\sqrt[6]{2^6 \cdot 7} = 2\sqrt[6]{7}$

b) $\sqrt{3 \cdot 11^2} = 11\sqrt{3}$

c) $\sqrt[5]{4^5 \cdot 2 \cdot 3^5} = 12\sqrt[5]{2}$

d) $\sqrt[3]{6^3 \cdot 2^2} = 6\sqrt[3]{2^2}$

(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários**.**

PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO PARA POTÊNCIAS COM EXPOENTES INTEIROS

Produto de potências de mesma base

Para calcular o produto de potências de mesma base, mantemos a base e adicionamos os expoentes.
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ Ex.: $(-3)^2 \cdot (-3)^5 = (-3)^7$

Quociente de potências de mesma base

Para calcular o quociente de potências de mesma base, mantemos a base e subtraímos os expoentes.
$a^m : a^n = a^{m-n}$ Ex.: $(2)^3 : (2)4 = (2)^{3-4} = (2)^{-1}$

Potência de uma potência

Para calcular a potência de uma potência, mantemos a base e multiplicamos os expoentes.

$(a^m)^n = a^{mn}$ Ex: $[(2)^5]^7 = 2^{5 \cdot 7} = 2^{35}$

Potência de um produto

A potência de um produto pode ser transformada em um produto de potências.

$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$ Ex.: $(5 \cdot \pi)^3 = 5^3 \cdot \pi^3$

Potência de um quociente

A potência de um quociente pode ser transformada em um quociente de potências.

$(a : b)^m = a^m : b^m$ Ex: $(1{,}4 : 3)^{10} = 1{,}4^{10} : 3^{10}$

ATIVIDADES

1. Calcule:

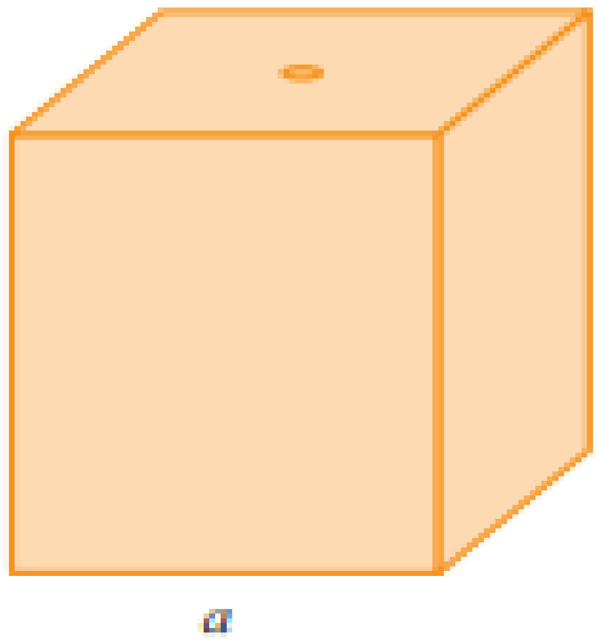
a) 2^6
b) 3^2
c) π^0
d) $(5 \mathbin{\mathbf{:}} 4)^{-3}$
e) $0{,}2^4$
f) $(\sqrt{3})^1$

2. Simplifique a expressão $\frac{(81^3 : 9^2 \, . \, 729^{-2})}{59049}$ e escreva-a na forma de uma potência.

3. Justifique cada igualdade abaixo:

a) $\sqrt{0{,}64} = 0{,}8$
b) $\sqrt{(2^{10} \cdot 3^2)} = 2^5 \cdot 3$

4. Um paliteiro de base quadrada tem a forma da figura abaixo. Sabendo que a soma das áreas das faces laterais do paliteiro é igual a 162 cm^2 e que a área de todas as faces é 202,5 cm^2, determine a medida a do lado da base desse paliteiro.



5. Calcule:

a) 7 - $\sqrt{25}$

b) 4 + $\sqrt[3]{-1}$

c) $\sqrt[5]{0}$ + $\sqrt[6]{1}$

d) 5 - $\sqrt[3]{-8}$

e) $\sqrt[3]{0}$ + $\sqrt[3]{125}$

f) 7 · $\sqrt[3]{-1}$ – 5

g) $\sqrt[4]{81}$ + $\sqrt[5]{1}$

h) 2 $\sqrt{49}$ − 3 $\sqrt{25}$

6. Calcule a raiz quadrada usando a decomposição por fatores primos.

a) $\frac{25}{576}$

b) 0,01

c) $\frac{64}{1225}$

d) 19,36

7. (Unirio-RJ) O valor de $\sqrt{15 - \sqrt{32 + \sqrt{25 - \sqrt{81}}}}$ é:

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

8. O piso de um salão na forma de um quadrado é coberto com 10.800 lajotas retangulares com dimensões de 40 cm por 30 com. Determine:

a) A área do salão;

b) As dimensões do salão.

BREVE INTRODUÇÃO

Nesse primeiro momento revisaremos apenas adição e subtração de números reais.

Na adição e subtração de radicais, devemos considerar o conceito de radicais semelhantes. Para isso, chamaremos de radicais semelhantes àqueles que tenham o mesmo radicando e o mesmo índice. Com base nisso, tanto a adição quanto a subtração de radicais seguem um dos três casos seguintes:

1º) Todos os radicais da expressão são semelhantes. Neste caso, adicionamos os fatores que estão externos aos radicais e mantemos o radical comum. Exemplo:

$$3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{2}=$$

$$=(3+5-2)\sqrt{2}=6\sqrt{2}$$

2º) Todos os radicais da expressão podem ser transformados em radicais semelhantes. Devemos simplificar alguns radicais de tal forma que fiquem com os radicandos iguais em todos os termos.

Exemplo:

$$7\sqrt{12}+8\sqrt{3}-\sqrt{75}=$$

$$=7\sqrt{2^2\cdot 3}+8\sqrt{3}-\sqrt{5^2\cdot 3}=$$

$$=7\cdot 2\sqrt{3}+8\sqrt{3}-5\sqrt{3}=$$

$$=14\sqrt{3}+8\sqrt{3}-5\sqrt{3}=$$

$$=(14+8-5)\sqrt{3}=17\sqrt{3}$$

Repare que nessa situação tivemos que fatorar o 12 e o 75 para encontrar um radical que seja possível ser somado.

3º) Nem todos os radicais da expressão são semelhantes. Efetuamos as adições e subtrações dos radicais semelhantes e apenas repetimos os termos com radicais não semelhantes. Exemplo:

$$\sqrt{5}+2\sqrt{3}-\sqrt{45}+5\sqrt{3}+2\sqrt{20}=$$

$$=\sqrt{5}+2\sqrt{3}-\sqrt{3^2\cdot 5}+5\sqrt{3}+2\sqrt{2^2\cdot 5}=$$

$$=\sqrt{5}+2\sqrt{3}-3\sqrt{5}+5\sqrt{3}+2\cdot 2\sqrt{5}=$$

$$=\sqrt{5}+2\sqrt{3}-3\sqrt{5}+5\sqrt{3}+4\sqrt{5}$$

Repare que nesta última linha, após as devidas simplificações, temos termos com radicando 5 e termos com radicando 3. Por meio das propriedades comutativa e associativa da adição, podemos reescrever essa expressão da seguinte forma:

$$\left(\sqrt{5}-3\sqrt{5}+4\sqrt{5}\right)+\left(2\sqrt{3}+5\sqrt{3}\right)$$

Finalmente, adicionando e subtraindo os temos semelhantes, chegamos a:

$$2\sqrt{5}+7\sqrt{3}$$

ATIVIDADES

1. Simplificando a expressão $\sqrt{20} + \sqrt{45}$ encontramos como resultado:

(A) $\sqrt{10}$ (B) 9 (C) $5\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{65}$

2. Qual das alternativas abaixo representa corretamente o valor da expressão:

$$-8\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$$

(A) $7\sqrt{3}$

(B) $9\sqrt{3}$

(C) $-1\sqrt{3}$

(D) $-9\sqrt{3}$

3. Calcule :

a) $2\sqrt{5} + 48\sqrt{5} + \sqrt{5}$

b) $13\sqrt[7]{2} - 15\sqrt[7]{2}$

c) $21\sqrt[3]{11} - 19\sqrt[2]{7} - 18\sqrt[3]{11} + \sqrt[2]{20}$

d) $10\sqrt[5]{15} + 35\sqrt[8]{15} - 10\sqrt[5]{15}$

4. Coloque verdadeiro (V) ou falso (F):

( ) $20\sqrt[6]{3} + 103\sqrt[6]{3} = 123\sqrt[6]{13}$

( ) $\sqrt[5]{13} - 43\sqrt[5]{13} = 13\sqrt[5]{13}$

( ) $2\sqrt[3]{5} + 8\sqrt[3]{5} - 4\sqrt[3]{5} = 6\sqrt[3]{5}$

( ) $3\sqrt{20} - 6\sqrt{20} = 3\sqrt{20}$

5. Responda:

A igualdade: $\sqrt{36} + \sqrt{9} = \sqrt{45}$ é verdadeira ou falsa? Justifique:

6. Indique qual das expressões está **INCORRETA** :

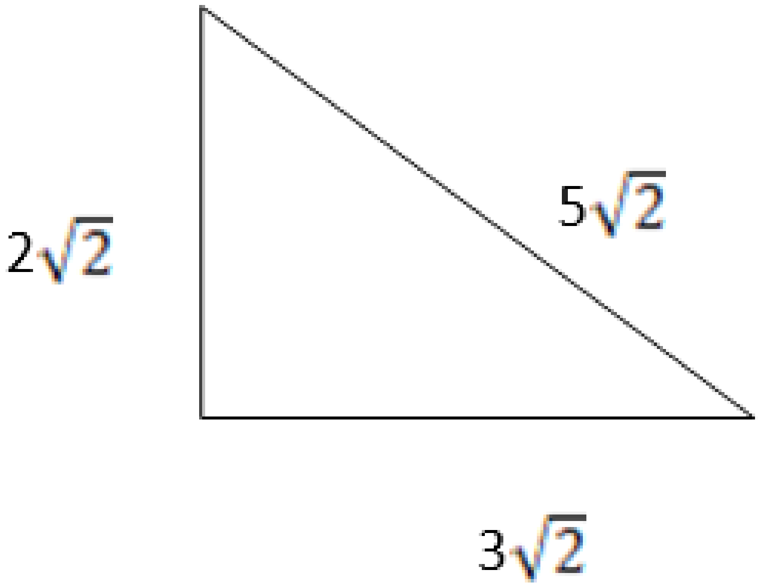
(A) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{5}} = \sqrt{8}$

(B) $\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{8}} = 2$

(C) $\frac{\sqrt{490}}{\sqrt{10}} = \sqrt{49} = 7$

(D) $\frac{\sqrt[5]{10^5}}{\sqrt[5]{5^5}} = 1$

7. Qual é o perímetro da figura abaixo?



(A) $10\sqrt{6}$

(B) $30\sqrt{2}$

(C) $30\sqrt{8}$

(D) $10\sqrt{2}$

EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em **notação científica**, envolvendo diferentes operações.

BREVE INTRODUÇÃO

Neste momento trabalharemos apenas os conceitos de notação científica, sedo assim:

Escrever, ler e operar números com grande quantidade de algarismos não é uma tarefa muito rápida. Mesmo com auxílio de modelos comuns de calculadora, não podemos trabalhar com esses números, em razão da grande quantidade de algarismos. Por outro lado, por meio da notação científica, podemos escrevê-los de uma maneira mais simples.

Acompanhe alguns exemplos:

$$3.000 = 3 \cdot 1.000 = 3 \cdot 10^3$$

$$520.000 = 5,2 \cdot 100.000 = 5,2 \cdot 10^5$$

$$0,0005 = 5 \cdot 0,0001 = 5 \cdot 10^{-4}$$

$$0,000047 = 4,7 \cdot 0,00001 = 4,7 \cdot 10^{-5}$$

ATIVIDADES

1. Considere o número 0,00000000000002, convertendo-o em notação científica, temos:

(A) 2×10^{-10}

(B) 2×10^{14}

(C) 2×10^{13}

(D) 2×10^{-14}

2. Como escrevemos 5×10^3 na forma decimal:

(A) 50000

(B) 300

(C) 5103

(D) 5000

3. O Estádio Joaquim de Morais Filho, mais conhecido como Joaquinzão, é o estádio de futebol do Esporte Clube Taubaté, uma das equipes mais tradicionais do interior paulista. Atualmente tem capacidade para receber 9.600 torcedores e uma área de 38.300 m^2. Em 1967, o Clube recebeu uma doação de **45 milhões** de Cruzeiros Velhos, que corresponde hoje, em valores corrigidos, à quantia de R$ 650.425,31. Sendo assim, o valor da doação que o Clube recebeu em 1967 pode ser expresso, em notação científica, como:

(A) $4{,}5 \cdot 10^7$ reais

(B) $4{,}5 \cdot 10^6$ cruzeiros velhos

(C) $4{,}5 \cdot 10^7$ cruzeiros velhos

(D) $4{,}5 \cdot 10^2$ cruzeiros velhos

4. Considere as informações:
Massa do Sol: 1.980.000.000.000.000.000.000.000.000 toneladas (aproximadamente);
Massa da Terra: 5.980.000.000.000.000.000.000.000 kg (aproximadamente).

Escreva, usando a notação científica, as massas do Sol e da Terra.

5. A constante de Avogadro é uma importante grandeza que relaciona o número de moléculas, átomos ou íons existentes em um mol de substância e seu valor é de 6,02 x 10^{23}. Escreva esse número em forma decimal.

6. Em notação científica, a massa de um elétron em repouso corresponde a 9,11 x 10^{-31} kg e um próton, nessa mesma condição, tem massa de 1,673 x 10^{-27} kg. Quem possui maior massa?

7. (Enem/2015) As exportações de soja no Brasil totalizaram 4,129 milhões em toneladas no mês de julho de 2012 e registraram um aumento em relação ao mês de julho de 2011, embora tenha havido uma baixa em relação ao mês de maio de 2012

A quantidade, em quilogramas, de soja exportada pelo Brasil no mês de julho de 2012 foi de:

(A) 4,129 x 10^3
(B) 4,129 x 10^6
(C) 4,129 x 10^9
(D) 4,129 x 10^{12}
(E) 4,129 x 10^{15}

8. (Enem/2017) Uma das principais provas de velocidade do atletismo é a prova dos 400 metros rasos. No Campeonato Mundial de Sevilha, em 1999, o atleta Michael Johnson venceu essa prova, com a marca de 43,18 segundos.

Esse tempo, em segundo, escrito em notação científica é:

(A) 0,4318 x 10^2
(B) 4,318 x 10^1
(C) 43,18 x 10^0
(D) 431,8 x 10^{-1}
(E) 4 318 x 10^{-2}